Шифр: 9-20

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Тихвинский

Школа МОУ „Лицей №7"

Класс 9

ФИО Лунер Максим
Вячеславович

Лист №1	1	2	3	4	5	Σ
	7	7	7	0	0	21

9-20

9.1

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 | 1
1 2 3 4 5 6 7 8 9 5 5 | 2
5 2 3 5 6 7 8 9 5 5 | 3
5 2 3 5 6 7 8 5 4 5 5 | 4
5 5 5 6 7 8 5 4 5 5 | 5
5 5 5 6 7 5 3 5 4 5 5 | 6
5 5 5 10 7 5 3 5 5 5 | 7
5 5 5 5 5 7 5 3 5 5 5 | 8
5 5 5 5 5 10 5 5 5 5 | 9
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 | 10

Ответ: да.

9.2 Ответ: 202.

Оценка: Если $n > 202$, то есть либо 102 полож. числа, либо 102 отриц. числа, либо 0 и 101 число ~~[illegible]~~ полож. и 101 число отриц. Последнего варианта быть не может, т.к. минимальный ряд положительных чисел (ряд с наименьшими членами)

$\boxed{0}$; 10, 20, 30, ..., 1010; а $990^2 + 1000^2 + 1010^2 > 3 \cdot 10^6$.

Итак, у нас есть 102 числа одного знака. Минимальный ряд (вместо чисел взяты модули):

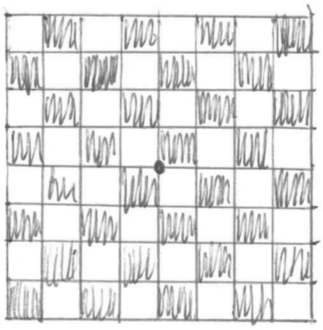
1, 11, 21, ..., 1011; но $991^2 + 1001^2 + 1011^2 > 3 \cdot 10^6$.

Т.е. и такого быть не может $\Rightarrow n \not> 202$, $n \leq 202$

Пример:

$-1005; -995; -985; \ldots; -5; 5; 15; \ldots; 1005$. ; $1005^2 + 995^2 + 985^2 =$
$= (-1005)^2 + (-995)^2 + (-985)^2 < 3 \cdot 10^6$.

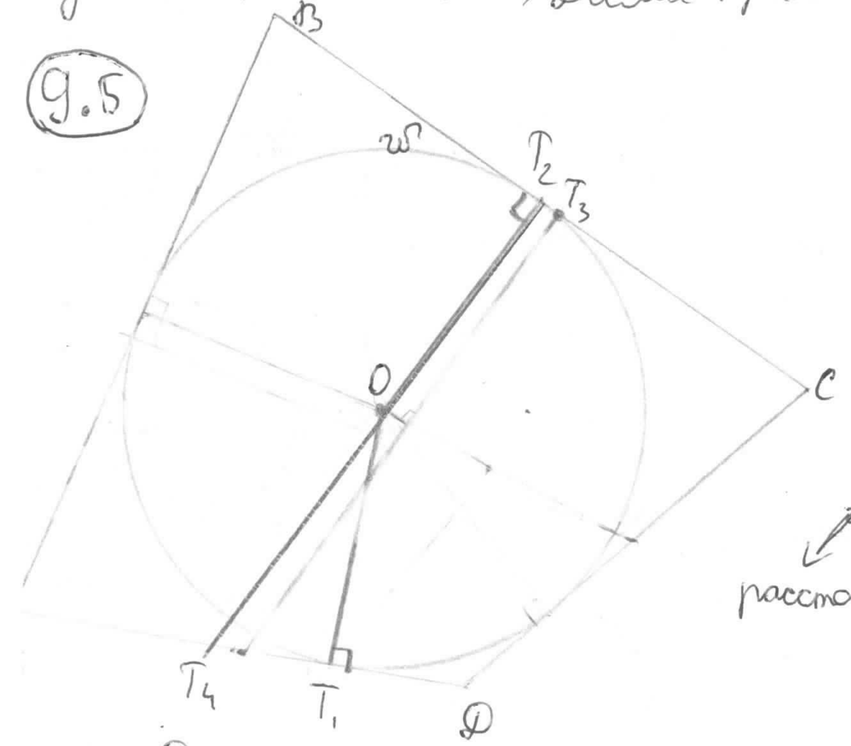
9.3



Ответ: Коля.

Стратегия: Дима накрывает клетки доминошкой, а Коля смотрит на клетки, симметричные доминошке относительно центра доски и ставит крестик в чёрную ~~клетку~~ клетку (закрашенную). Таким образом, Коля „ставит доминошку", зеркальную первой, т.к. в ней уже всегда будет ровно 1 крестик, и Дима не сможет туда сходить. Пока есть ход для Димы, найдётся симметричный ход для Коли, ходов конечное кол-во $\Rightarrow$ Дима проиграет.

9.5



$$\left.\begin{array}{l} T_3O \ge T_2O \\ T_4O \ge T_1O \end{array}\right\} \; T_3O \text{ и } T_4O \text{ - гипотенузы}$$

$$\Downarrow$$

$$T_3T_4 \ge T_2O + T_1O = d.$$

d — расстояние между серединами AD и BC

9.4 Докажем от противного. Получается, что для любого $1 \le y \le \frac{p-1}{2}$ верно: $py+1 = ab$, $a > y$, $b > y$. Пусть $a > b$:

$b = \frac{py+1}{a} > y \Rightarrow py+1 > ay \Rightarrow p > a$, т.е. для $\forall y$ $py+1 \vdots p_i$, $p_i < p$, $p_i \in \mathbb{P}$ (простое)

~~$py+1 \in [p+1, \frac{p^2+p+2}{2}], a, b \in (\ldots, p^2)$~~ $\Rightarrow$ Это очевидно не так.

~~$\Rightarrow py+1 = ab \in [\frac{p^2-2p+1}{2}, \frac{p^2+p+2}{2}]$~~

$p+1 = a_1b_1$
$2p+1 = a_2b_2$
$3p+1 = a_3b_3$

$\Rightarrow (p+1)(2p+1)(3p+1)\ldots = a_1b_1a_2b_2\ldots \ge 2^2 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \ldots = \left(\left(\frac{p+1}{2}\right)!\right)^2$

$< 2p \cdot 3p \cdot 4p \cdot \ldots = \left(\frac{p+1}{2}\right)! \cdot p^{\frac{p-1}{2}}$. Для очень больших p $p^{\frac{p-1}{2}} < \left(\frac{p+1}{2}\right)!$

Шифр: 2-9-25

Всероссийская олимпиада школьников
Региональный этап
по математике
2019/2020
Ленинградская область

Район Тихвинский

Школа МОУ „Лицей №7"

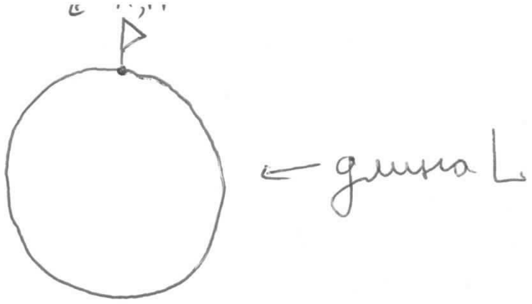
Класс 9

ФИО Лаунер Максим Вячеславович

Лист N1

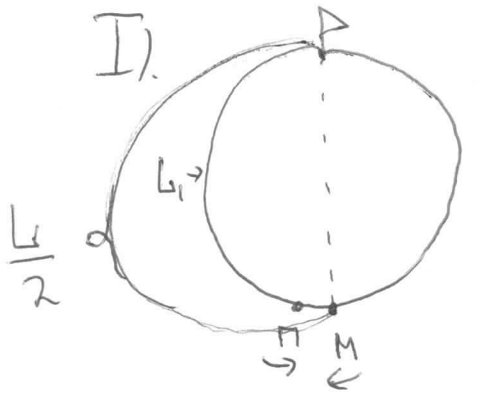
Ⓐ	✱	8	9	10	Σ
7	7	0	3	0	17

9.6.



2-9-25

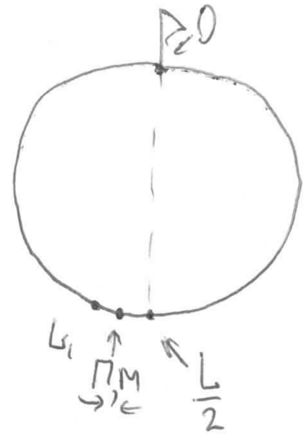
I).



$L_1 < \frac{L}{2}$, т.к. $v_п < v_м$

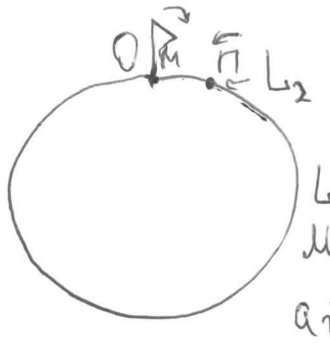
Миша разворачивается (пробежав $\frac{L_1}{2}$)

II).



1 раз встретились

III).



$L_2 < L_1$, т.к. Миша пробежал L_1, а $v_м > v_п$

IV

2 раз встретились. Миша разворачивается после того, как пробежал ещё ε, $\varepsilon \to 0$, $\varepsilon > 0$. (пробежал $> \frac{L}{2}$)

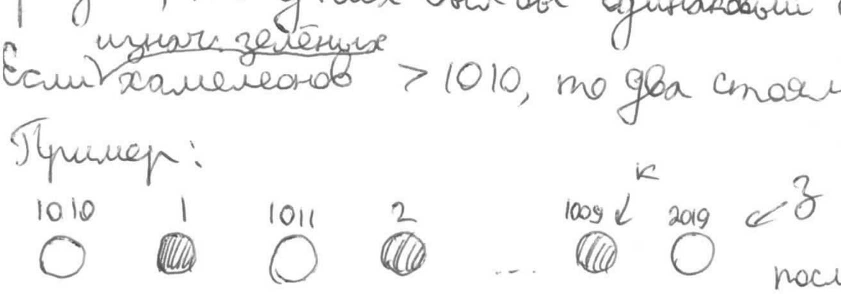
V. Миша почти сразу догоняет Пашу, т.к. между ними расст ε.

3 раз поравнялись. ЧТД

9.7. Если два изначально зеленых хамелеона стояли в очереди рядом, то у них был бы одинаковый ответ, но все ответы разные. **Ответ: 1010.**

Если изнач. зеленых хамелеонов > 1010, то два стояли рядом (?!)

Пример:



Ответы хамелеонов расположены над ними. Сначала 1010 з.х., потом после каждого ответа к.х. их становится на 1 больше

Лист №2

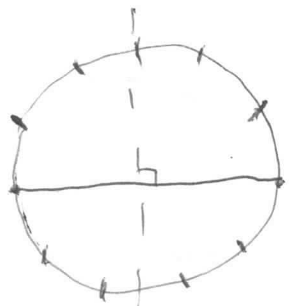
(9.9) Докажем для „нечётноугольников".

Две стороны не параллельны друг другу.

Рассмотрим диагональ:

Все параллельные прямые через вершины проведены штрихом.

Это все пар. прямые, т.к. ~~…~~ вершины правильного n-угольника лежат на окружности: (На ней явно видны парал. прямые) Они парал., т.к. образуется симметрия отн. перпенд. к диагонали.



Заметим, что если мы берём диаг. и другую прямую, у нас получается „чётноугольник":

а точек {  } а точек

$(2a+4)$-угольник, поэтому все многоугольники, которые получаются: „плохие" или „чётноуг."

Докажем для „чётноуг.".

Диагонали нельзя брать по тем же причинам.

Но у нас есть параллельные противоположные стороны.

Возьмём и поделим на k-угольники n-угольник:

$1 \le |a-b| \le k-1$.

а-уг.  ← в-уг.

Но если а уг. делится на k-угольники вершинами, то на k-угольники делятся только: …, $a-(k-2)$, a, $a+k-2$ …, поэтому не поделится или а-уг. или в-уг.